

# Control Predictivo por Modelo Robusto y Descentralizado para Acoplamiento Virtual de Trenes

Vaquero Serrano<sup>1</sup>, Miguel Ángel  
Félez Mindán<sup>2</sup>, Jesús

<sup>1</sup>Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Politécnica de Madrid, España. Email: miguel.vaquero.serrano@upm.es

<sup>2</sup>Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Politécnica de Madrid, España. Email: jesus.felez@upm.es

## Resumen

En las últimas décadas, la demanda de transporte se ha ido incrementando progresivamente en el ámbito público y privado. El ferrocarril, como servicio esencial, debe hacer frente a una doble problemática. Por un lado, debe incrementar su capacidad de transporte para hacer frente a dicha demanda. Por otro lado, es necesario flexibilizar el servicio manteniendo la puntualidad y el confort para satisfacer la demanda real en cada momento. Ambos objetivos pueden resolverse por medio del acoplamiento virtual, como evolución de los actuales sistemas de cantón móvil.

En este trabajo se lleva a cabo el diseño y simulación de un sistema de control de velocidad del tren basado en acoplamiento virtual. Para ello, se hace uso de un control predictivo basado en modelo (MPC) de tipo robusto, el cual permite, en base a un modelo dinámico del tren, predecir cómo se va a comportar el sistema en instantes posteriores de tiempo y tomar las decisiones de control adecuadas según un problema de optimización asociado. El hecho de que el controlador sea robusto permite tomar una acción de control que disminuya el impacto de posibles errores y perturbaciones no contemplados en el modelo. Asimismo, este trabajo permite considerar de forma simultánea varios tipos de errores y perturbaciones, en lugar de restringirse a uno solo, y analiza el efecto de errores de posicionamiento de los trenes.

En concreto, como parte de los errores y perturbaciones no modelados, se han considerado errores de posicionamiento y disminuciones de capacidad de frenado por pérdida de adherencia de hasta el 10%. En todos los casos, los resultados obtenidos muestran un funcionamiento más seguro del acoplamiento virtual sin afectar significativamente al servicio.

**Palabras clave:** ferrocarriles; acoplamiento virtual; control óptimo; control predictivo por modelo.

## Abstract

In recent decades, the demand for transport has been increasing progressively in both the public and private sectors. The railroad, as an essential service, must face a double problem. On the one hand, it must increase its transport capacity to meet this demand. On the other hand, it is necessary to make the service more flexible while maintaining punctuality and comfort to meet the real demand at all times. Both objectives can be solved by means of virtual coupling, as an evolution of moving block systems.

In this work, the design and simulation of a train speed control system based on virtual coupling is carried out. For this purpose, a robust model-based predictive control (MPC) is used, which allows, based on a dynamic model of the train, to predict how the system will behave in later instants of time and to make the appropriate control decisions according to an associated optimization problem. The fact that the controller is robust allows taking control actions that reduce the impact of possible errors and disturbances not contemplated in the model. Also, this work allows simultaneous consideration of several types of errors and disturbances, instead of being restricted to only one, and analyzes the effect of train positioning errors.

Specifically, as part of the errors and disturbances not modeled, positioning errors and decreases in braking capacity due to loss of adhesion of up to 10% have been considered. In all cases, the results obtained show a safer operation of the virtual coupling without significantly affecting the service.

**Keywords:** railway; virtual coupling; optimal control; model predictive control.

## 1. Introducción

En las últimas décadas, la demanda de transporte se ha ido incrementando progresivamente en el ámbito público y privado. El ferrocarril, como servicio esencial, eficaz y sostenible para reducir la congestión de otros modos de transporte, tanto de viajeros como mercancías, tampoco es una excepción [1]. Por esta razón, este modo de transporte debe hacer frente a una doble problemática. Por un lado, debe incrementar su capacidad de transporte para hacer frente a dicha demanda. En lugar de construir líneas nuevas, esta dificultad puede resolverse reduciendo el intervalo mínimo entre trenes. Por otro lado, es necesario flexibilizar el servicio manteniendo la puntualidad y el confort para satisfacer la demanda real en cada momento.

Ambos objetivos pueden resolverse por medio del acoplamiento virtual [2], el cual es una evolución de los actuales sistemas de cantón móvil. Los sistemas actuales de cantón móvil, como el CBTC o el ERTMS nivel 3, requieren que un tren sea capaz de frenar y detenerse antes de la última posición conocida del tren que le precede, sin considerar la velocidad y la capacidad de frenado de este último. De ahí que los actuales sistemas de control de trenes puedan evolucionar hasta convertirse en tecnologías más avanzadas. Basado en los vehículos autónomos y convoyes de coches, ha surgido un nuevo concepto que se conoce como convoy de trenes, o acoplamiento virtual, y se considera como el nuevo ERTMS de nivel 4 [2]. De hecho, [3] estima que el acoplamiento virtual puede reducir la distancia entre trenes en un 64% para el ETCS Nivel 2 y en un 43% para el ETCS Nivel 3, aumentando la capacidad de las líneas.

El acoplamiento virtual reduce la distancia entre trenes y, en consecuencia, permite aumentar el número de trenes en una misma vía, aumentando la capacidad de la línea. En segundo lugar, posibilita una explotación más flexible de las composiciones, ya que permite la circulación de una composición como si estuviera acoplada mecánicamente pero sin conexión física real, pudiendo dar un servicio más flexible en una infraestructura optimizada para atender a una demanda heterogénea. Este hecho es especialmente relevante en los desvíos (por ejemplo, dos líneas con vía compartida en algunos tramos pero estaciones terminales diferentes) y en las estaciones con menos tráfico, como se ha visto en [4] y [5]. Además, puede mejorar la eficiencia operativa en las estaciones. La idea principal de esta segunda ventaja es doble: operar con composiciones más pequeñas pero adaptadas a las necesidades del tráfico y aumentar la flexibilidad.

En este trabajo, proponemos una solución en la que el acoplamiento virtual se implementa mediante Control Predictivo de Modelos (MPC). El MPC consiste en un método de control avanzado que es capaz de controlar un sistema satisfaciendo al mismo tiempo un conjunto de restricciones. Puede formularse de forma sencilla

debido a que su dinámica y sus restricciones tienen un significado físico real. Su principal ventaja radica en que el tiempo de muestreo actual se optimiza también teniendo en cuenta los tiempos de muestreo futuros. Esta característica permite al MPC anticiparse a los acontecimientos futuros y, en consecuencia, tomar las acciones de control necesarias con antelación.

Gracias a esta capacidad de predicción, el MPC ha sido ampliamente utilizado en platoons de vehículos autónomos de carretera, como en [6], [7] y [8]. En todas estas referencias se ha estudiado la estabilidad y la seguridad de los platoons, y sus resultados son la base para la mayoría de los trabajos de acoplamiento virtual en el ferrocarril.

La precisión de la predicción y, por tanto, de las acciones de control tomadas, están sujetas a la precisión del modelo dinámico utilizado por el controlador para sus cálculos. Cuanto más se ajuste el modelo de control a la realidad, mejor será la predicción. Sin embargo, la complejidad de la formulación del controlador también será mayor y, en consecuencia, el rendimiento computacional puede verse reducido. Además, formular un modelo de control que se ajuste completamente a la realidad no es una tarea fácil. En este sentido, ha habido dos enfoques tradicionales para tratar esos errores en el modelo de control [9].

El primer enfoque formula un controlador MPC que no considera los posibles errores cometidos, es decir, un MPC nominal. Posteriormente, se estudia el comportamiento de este controlador bajo la existencia de estos errores en un análisis de robustez. Si el comportamiento sigue siendo aceptable, los errores pueden ignorarse y el MPC nominal será adecuado.

El segundo enfoque formula un controlador MPC que sí considera los posibles errores cometidos dentro de su formulación, es decir, se sintetiza un MPC robusto. Este enfoque suele utilizarse cuando se exige precisión o cuando una perturbación dinámica o un error tienen un gran impacto en el comportamiento del controlador. En cuanto al MPC nominal, [10] integra un acoplamiento virtual formulado por MPC con el sistema ERTMS/ETCS. Esta referencia también incluye los posibles retrasos de comunicación entre el tren y el equipo de tierra RBC como parte de su estrategia de control. Asimismo, [11] desarrolla un MPC nominal distribuido para trenes de alta velocidad, evalúa su estabilidad y deriva condiciones suficientes de viabilidad y estabilidad para un pelotón de hasta dos trenes, como en [12]. Por su parte, [13] y [14] aplican un MPC nominal en metros.

Por otra parte, no hay muchos ejemplos de MPC robusto aplicado al acoplamiento virtual en la literatura. Por ejemplo, [15] implementa el acoplamiento virtual a través de un MPC robusto basado en las ecuaciones de la dinámica del tren longitudinal y una topología de conmutación de la comunicación caracterizada como una cadena de Markov. Sin embargo, sólo se centra en problemas de

comunicación con un líder a velocidad constante, y por lo tanto, no se prueba para condiciones de operación cambiantes en función de la velocidad y los parámetros de la vía. Además, [16] desarrolla un controlador robusto junto con un algoritmo de corrección de posición para los estados transitorios del acoplamiento virtual. Sin embargo, al igual que en la referencia anterior, sus incertidumbres se limitan a la consideración de pequeñas resistencias de la fórmula de Davis y de la vía. Además, [17] desarrolla un control cooperativo robusto para sistemas de señalización de cantón móvil modelados como un sistema imaginario-negativo, pero plantea aplicaciones de acoplamiento virtual. Recientemente, [18] ha desarrollado una forma alternativa de gestionar las incertidumbres mediante un MPC basado en tubos, pero también expresa la necesidad de incorporar incertidumbres en la dinámica del tren y de considerar y estudiar factores como las condiciones meteorológicas, los errores de posicionamiento y los retrasos en las comunicaciones. Por último, [19] formula un MPC nominal para aplicaciones en líneas de metro. Según esta referencia, el acoplamiento virtual puede implementarse a través de dos arquitecturas de control diferentes: control centralizado y control descentralizado. En la primera, un único controlador hace que los trenes cooperen para optimizar la estrategia global del pelotón. En la segunda, cada tren tiene su propio controlador individual, y como resultado, cada tren optimiza su propia estrategia según la estimación de la trayectoria del vehículo precedente. La referencia [19] también expresa la necesidad de mejorar el MPC nominal mediante incertidumbres y el MPC robusto.

Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es explorar las ventajas de la investigación del acoplamiento virtual en los ferrocarriles a través de la simulación. Con las simulaciones se pretende demostrar las diferencias entre el MPC robusto descentralizado propuesto y un MPC nominal. Las diferencias se analizarán desde un punto de vista operativo, es decir, analizando la distancia entre trenes y el comportamiento general. El resto de este documento se organiza como sigue. En la sección 2 se presenta el modelo dinámico. En la sección 3 se formula diseño de un MPC robusto. La Sección 4 describe los casos de simulación de este trabajo y presenta sus correspondientes resultados. Por último, la sección 5 incluye las conclusiones de este trabajo.

## 2. Dinámica del sistema

El modelo utilizado en este trabajo se basa en la dinámica longitudinal del tren (LTD), considerando el tren como una masa puntual con 1 grado de libertad, el sistema de tracción/freno, las resistencias a la rodadura, la entrada de aire, la resistencia aerodinámica y las resistencias a la pendiente y a las curvas.

Las ecuaciones dinámicas consideradas son:

$$\dot{s} = v \quad (1a)$$

$$M\dot{v} = (-A - Bv - Cv^2 - F_e + u)/M + w^a \quad (1b)$$

$$\dot{F} = (u - F) / \tau \quad (1c)$$

donde  $v$  (m/s) y  $s$  (m) denotan la velocidad y la posición del tren, respectivamente;  $u$  (N) es la fuerza de tracción/frenado controlada;  $F$  (N) es la fuerza de tracción/frenado integrada;  $F_e$  (N) es la fuerza de resistencia externa debida a la vía;  $\tau$  es el desfase inercial de la dinámica longitudinal;  $M$  (kg) es la masa;  $A$  (N) es un término que incluye la resistencia a la rodadura;  $B$  (Ns/m) es un coeficiente relacionado con la entrada de aire; y  $C$  (Ns<sup>2</sup>/m<sup>2</sup>) es el coeficiente aerodinámico,  $\tau$  (s) es la constante de tiempo media del actuador, y  $w^a$  (m/s<sup>2</sup>) representa la incertidumbre en aceleración contemplada en el control robusto.

En el modelo,  $M$ ,  $A$ ,  $B$  y  $C$  son parámetros que dependen de las características del tren.

La fuerza externa  $F_e$  considera dos componentes diferentes,  $F_g$  y  $F_R$ , siendo:

$$F_e = F_g + F_R \quad (2a)$$

$$F_g = Mg \times slope \quad (2b)$$

$$F_R = M \times 6/R \quad (2c)$$

donde  $F_g$  (N) es la componente de la fuerza de gravedad debida a la pendiente de la vía, donde  $slope$  (m/m) es la pendiente de la vía,  $g$  (m/s<sup>2</sup>) es la aceleración de la gravedad,  $F_R$  (N) es la resistencia en curva y  $R$  (m) es el radio de la curva.

Suponemos que los valores de la pendiente y de  $R$  son conocidos en cada momento y dependen del perfil de la línea y de la ubicación del tren en la misma, es decir, de la posición  $s$  del tren. La Fig. 1 muestra el valor de la pendiente y de  $R$  utilizado en el escenario de simulación de este trabajo obtenido de [30].



Figura 1. Pendiente y radio considerado en la simulación de la línea férrea.

La fuerza de tracción/frenado controlada  $u$  se obtiene como

$$u = F_{dr} - F_{br} \quad (3)$$

donde  $F_{dr}$  es el esfuerzo de tracción (para el frenado de servicio) y  $F_{br}$  es la resistencia de frenado debida al frenado neumático.

Para considerar la incertidumbre  $w^a$ , el modelo dinámico se debe linealizar. Esta linealización es necesaria debido al algoritmo de optimización que se ha utilizado para manejar incertidumbres [20].

De esta forma, si se define el vector estados  $x$  y el vector outputs linealizados  $Y$  como sigue:

$$x = \begin{bmatrix} s \\ v \\ F \end{bmatrix} \quad (3e)$$

$$Y = \begin{bmatrix} uv \\ v^2/2a_f \end{bmatrix} \quad (3e)$$

donde  $a_f$  es la deceleración máxima de servicio.

Las ecuaciones (1a) - (1c) linealizando se transforman en (4a – 4b – 4c), formulando la dinámica linealizada como un polinomio de Taylor de primer orden del modelo no lineal en el punto de funcionamiento (subíndice 0), como sigue:

$$U = [u], \quad W = \begin{bmatrix} 0 \\ w^a \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4a)$$

$$\dot{X} = \dot{X}_0 + A(x - x_0) + B(U - U_0) + W \quad (4b)$$

$$Y = Y_0 + C(x - x_0) + D(U - U_0) \quad (4c)$$

siendo:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -(B + 2Cv_0)/M & 1/M \\ 0 & 0 & -1/\tau \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/\tau \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & u_0 & 0 \\ 0 & v_0/a_f & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} v_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

### 3. Diseño del controlador MPC

#### 3.1. Descripción del problema

Consideramos, por simplicidad, un convoy formado por dos trenes (Fig. 2), compuestos por el líder y un follower, ambos de longitud  $L$ . El líder circula a una velocidad  $v^l$  y el follower a  $v^f$ . El superíndice indica el tren ( $l$  para el líder y  $f$  para el follower). La distancia entre trenes se calcula mediante (5).

$$d = s^l - s^f - L \quad (5)$$

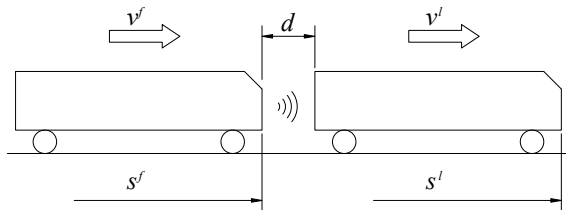


Figura 2. Trenes considerados en la simulación.

La distancia de seguridad entre trenes  $d_{min}$  se utiliza para definir una restricción para evitar la colisión si el líder frena ante cualquier condición de conducción.

La distancia  $d_{des}$  se utiliza en la función de costes como objetivo para mantener una distancia de conducción segura a la que se desea circular, mayor que la distancia mínima de seguridad  $d_{min}$ .

#### 3.2. Arquitectura de control

Consideramos un acoplamiento virtual descentralizado, con dos controladores diferentes, uno para el líder y otro para el follower.

La figura 3 representa la arquitectura de control. Dado que estamos considerando un control de acoplamiento virtual descentralizado, el primer tren se mueve ignorando la presencia del follower, y su dinámica longitudinal tiene como objetivo mover el tren lo más rápido posible satisfaciendo las restricciones establecidas.

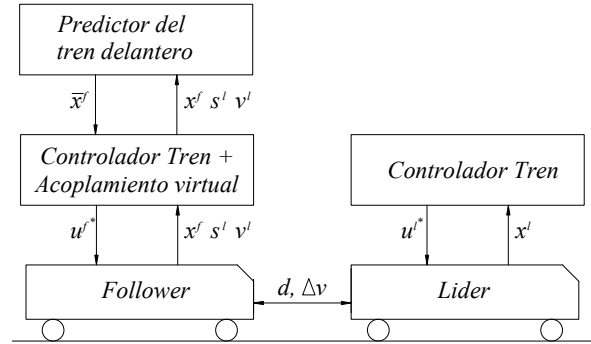


Figura 3. Arquitectura de control para el acoplamiento virtual descentralizado.

Para el follower se adopta un control de cruceo adaptativo que garantiza que no se produzca colisión entre vehículos, minimizando la distancia entre ellos.

#### 3.3. Diseño del controlador

Para el diseño del controlador, se usa un enfoque de control predictivo de modelo (MPC). El MPC optimiza en un horizonte de tiempo finito, pero implementando únicamente la ventana de tiempo actual, resolviendo un problema de optimización de horizonte finito.

Para la formulación del MPC se considera un horizonte de predicción  $[t, t + N_p]$  con origen en el tiempo  $t$ . La notación  $x_{t+k|t}$  representa el vector de estados predicho para el tiempo  $t + k$ , calculado en el tiempo  $t$ , obtenido a partir del estado actual  $x_{t|t} = x(t) \equiv x_t$ , y  $u_{\cdot|t} = [u_{t|t}, \dots, u_{t+N_p-1|t}]$  denota las variables de entrada (o inputs) desconocidas a optimizar.

El MPC robusto para el acoplamiento virtual se obtiene a partir de la introducción de dos variables de incertidumbre.

La primera variable de incertidumbre es  $w^a$  ( $m/s^2$ ) y se ha añadido a la ecuación de aceleración del modelo dinámico, como se ve en (4a).

La segunda variable de incertidumbre  $w^p$  ( $m$ ) se ha considerado en las restricciones específicas del acoplamiento virtual y en las funciones de coste del follower, usada para definir la incertidumbre en posicionamiento, según se verá posteriormente.

Como resultado de la introducción de variables de incertidumbre, el problema de optimización se formula como un problema Min-Max en el que la solución

viene determinada por el peor caso de las incertidumbres acotadas (6).

$$\min_{u_{\cdot|t}} \max_{w_{\cdot|t}^a, w_{\cdot|t}^p} J(X_{k|t}, u_{k|t}, w_{k|t}^a, w_{k|t}^p) \quad (6)$$

### 3.4. Controlador para cada tren individualmente

El objetivo del control es mover el tren tan rápido como sea posible mientras se satisfacen las restricciones de los estados y de los inputs. Por lo tanto, el problema de optimización se puede formular como:

$$J = \sum_{k=t}^{t+N_p} K_V^i \cdot \|1 - v_{k|t}^i / v_{max}\| \quad (7a)$$

$$+ \sum_{k=t}^{t+N_p-1} K_J^i \cdot \|j_{k|t}^i / j_{max}\| \quad (7b)$$

sujeto a:

$$x_{k+1|t}^i = x_{k|t}^i + t_s \dot{x}_{k|t}^i \quad (7c)$$

$$x_{t|t}^i = x_t^i \quad (7d)$$

$$0 \leq v_{k|t}^i \leq v_{lim}(s_{k|t}^i) \quad (7e)$$

$$-j_{max} \leq j_{k|t}^i \leq j_{max} \quad (7f)$$

$$j_{k|t}^i = (u_{k+1|t}^i - u_{k|t}^i)M/\Delta t$$

$$-Ma_{br}^i \leq u_{k|t}^i \leq Ma_{dr}^i \quad (7g)$$

$$-P_{br}^i \leq v_{k|t}^i \cdot u_{k|t}^i \leq P_{dr}^i \quad (7h)$$

$$\forall k = t, \dots, t + N_p - 1$$

$$0 \leq v_{t+N_p|t}^i \leq v_{DP}^{i*}(s_{t+N_p|t}^i) \quad (7i)$$

$$w_{a,min} \leq w^a \leq w_{a,max} \quad (7j)$$

El superíndice  $i$  significa que se aplica tanto al líder ( $l$ ) como al follower ( $f$ ).

La función de coste  $J$  (7a-b) tiene varios coeficientes adimensionales:  $K_V^i \geq 0$  representa el peso que penaliza el sobrepasar la velocidad máxima permitida, y  $K_J^i$  representa el peso que penaliza sobrepasar la sobreaceleración.

Las ecuaciones (7c) representan las actualizaciones de la dinámica del tren para el modelo obtenido en (4). El estado inicial se establece en (7d).

La ecuación (7e) corresponde a la restricción de velocidad  $v_{lim}$  como se muestra en la Fig. 4.

La ecuación (7f) representa la limitación de sobreaceleración obtenida para  $u^i$ . Las restricciones de los inputs (7g-h) incluyen la limitación de la fuerza máxima de tracción/frenado y la limitación de la potencia en la tracción/frenado.

La ecuación (7i) representa una restricción terminal. El límite superior de la velocidad  $v_{DP}^{i*}(s)$  se obtiene precalculando la velocidad máxima a la que puede circular el tren respetando los límites de velocidad fijados para la línea.



Figura 4. Conjunto terminal.

Esta restricción terminal se utiliza porque el tren debe respetar el límite de velocidad siempre y existen zonas por encima de la línea azul de la figura 4 donde, si el tren circula en esas condiciones, puede resultar que no se respete el límite de velocidad en los tiempos futuros. Por último, la restricción (7j) representa los límites de que acotan la incertidumbre asociada a la aceleración del vehículo.

### 3.5. Controlador para acoplamiento virtual

El objetivo del acoplamiento virtual es mantener una distancia entre los trenes  $d_{k|t}$  lo más cercana posible a una separación deseada  $d_{des}$  en condiciones de seguridad.

La notación  $\bar{s}_k^l$  y  $\bar{v}_k^l$  representa la posición y la velocidad previstas del líder en el tiempo  $k$ , respectivamente.

Por lo tanto, el problema de optimización para el acoplamiento virtual puede ser formulado como:

$$J = \sum_{k=1}^{k=H_p} K_D \left\| \frac{d_{k+1|t} + w_{k+1|t}^p - d_{des}}{d_{des}} \right\| \quad (8a)$$

$$d_{k|t} = \bar{s}_{k|t}^l - s_{k|t}^f - L$$

sujeto a:

$$w_{p,min} \leq w_{k|t}^p \leq w_{p,max} \quad (8b)$$

$$d_{min} \leq w_{k|t}^p + d_{k|t} \quad (8c)$$

$$\forall k = t, \dots, t + N_p - 1$$

$$d_{min} \leq w_{k|t}^p + d_{t+N_p|t} \quad (8d)$$

$$d_{min} \leq w_{k|t}^p + d_{t+N_p|t} + \frac{(\bar{v}_{t+N_p|t}^l)^2}{2a^l} - \frac{(v_{t+N_p|t}^f)^2}{2a^f} \quad (8e)$$

En la función de coste  $J$  (8a),  $K_D \geq 0$  es un coeficiente adimensional que representa el peso que penaliza la desviación respecto a la distancia deseada.

La ecuación (8b) establece los límites de la incertidumbre asociada a la posición.

La ecuación (8c) representa la condición de seguridad que establece que la distancia entre trenes debe ser mayor que  $d_{min}$  en cualquier momento.

Las ecuaciones (8d-e) son las restricciones terminales. Se imponen para garantizar que el controlador es recursivamente factible y seguro. Estas ecuaciones garantizan que el follower puede detenerse completamente sin colisionar aplicando una deceleración máxima de servicio  $a^f$  cuando el tren que le precede realiza un frenado de emergencia con la máxima deceleración  $a^l$ .

### 3.6. Bucle de control

Para cada tren, los estados óptimos resultantes y los inputs de (7-8) se denotan como sigue:

$$x_t^{i*} = (x_{t|t}^{i*} \quad x_{t+1|t}^{i*} \quad \dots \quad x_{t+N_p|t}^{i*})^T \quad (9)$$

$$u_t^{i*} = (u_{t|t}^{i*} \quad u_{t+1|t}^{i*} \quad \dots \quad u_{t+N_p-1|t}^{i*})^T$$

con  $i = (l, f)$ .

Dado que las restricciones (7c), (7d) y (7i) dependen del espacio. Para evitar problemas numéricos y reducir la carga computacional, se pueden estimar a priori mediante  $\bar{s}_{t+k|t}^i$ , donde:

$$\bar{x}_{k+1|t}^i = f(\bar{x}_{k|t}^i, \bar{u}_{k|t}^i) \quad (10a)$$

$$\forall k = t, \dots, t + N_p - 1$$

$$\bar{u}_{k|t}^i = u_{k|t-1}^{i*} \quad (10b)$$

$$\forall k = t, \dots, t + N_p - 2$$

$$\bar{u}_{t+N_p-1|t}^i = u_{t+N_p-2|t-1}^{i*} \quad (10c)$$

$$\bar{x}_{t|t}^i = x_{t|t}^i \quad (10d)$$

donde  $u_{k|t-1}^{i*}$  es el input predicho a partir de (9) en el paso de tiempo anterior t-1 con  $u_{k|t-1}^{i*} = 0 \quad \forall k = 0, \dots, N_p - 2$ .

Para cerrar el bucle, se aplica el primer input al sistema (4) durante el intervalo de tiempo  $[t, t + 1)$ .

$$u_t^i = u_{t|t}^{i*} \quad (11)$$

Y en el siguiente paso de tiempo t+1, se resolverá un nuevo problema óptimo en la forma de (7 – 8), basado en una nueva medición del estado, sobre un horizonte desplazado.

### 3.7. Predictor del tren delantero

Para establecer el bucle de control, es necesario estimar una predicción del movimiento del líder.

Suponemos que ambos vehículos están dotados de un módulo de comunicación y que la comunicación intervehicular está disponible. En este caso, la tarea de predicción se ejecuta por el vehículo precedente y la trayectoria predicha se comunica al follower de forma que, en este caso, el follower conoce en cada momento las predicciones de posición, velocidad y aceleración del líder. Además, la distancia entre ellos se mide mediante un sensor. En este caso, el MPC asume que la información del líder puede predecirse en un horizonte corto  $N_p$ . Así, las expresiones correspondientes para la predicción de  $\bar{s}_{k|t}^l$  y  $\bar{v}_{k|t}^l$  son:

$$\bar{x}_{t|t}^l = (s_{t|t}^l \quad v_{t|t}^l \quad F_{t|t-1}^{l*}) \quad (12a)$$

$$\bar{x}_{k+1|t}^l = f(\bar{x}_{k|t}^l, \bar{u}_{k|t}^l) \quad (12b)$$

$$\forall k = t + 1, \dots, t + N_p - 1$$

donde:

$$\bar{u}_{k|t}^l = u_{k|t-1}^{l*} \quad (12c)$$

$$\forall k = t, \dots, t + N_p - 2$$

$$\bar{u}_{t+N_p-1|t}^l = u_{t+N_p-2|t-1}^{l*} \quad (12d)$$

siendo respectivamente  $\bar{s}_{t|t}^l$  y  $\bar{v}_{t|t}^l$  la posición y la velocidad medidas del líder en t,  $F_{t|t-1}^{l*}$  la fuerza en el tiempo t predicha a partir de (9) en el paso de tiempo anterior t-1 inicializado con  $F_{0|t-1}^{l*} = 0$ , y  $u_{k|t-1}^{l*}$  el input predicho a partir de (9) en el paso de tiempo anterior t-1 con  $u_{k|t-1}^{l*} = 0 \quad \forall k = 0, \dots, N_p - 2$

## 4. Simulaciones

Para probar el MPC para acoplamiento virtual, se han realizado dos casos de simulación.

Se ha considerado una línea de metro. Los parámetros considerados para el material rodante se pueden encontrar en la Tabla I del Apéndice I. El perfil de la línea seleccionada se puede encontrar en la Fig. 1.

Las simulaciones se han realizado comparando los resultados con un MPC nominal (sin incertidumbres) con un MPC robusto donde se consideran incertidumbres.

### 4.1. Simulación 1: pérdida de adherencia durante el frenado

En la simulación 1 se ha comprobado el comportamiento de la variable de incertidumbre  $w_a$  y corresponde a una perturbación que supone una pérdida de adherencia a la entrada de la tercera estación. Esta situación es extremadamente desfavorable pues la perturbación se aplicó sólo al follower y el tren de delante se consideró que continuaba frenando sin ninguna pérdida de adherencia.

La Fig. 5 representa el comportamiento del convoy cuando el follower experimenta una pérdida de adherencia del 10% durante el frenado.

En el MPC nominal, esta situación termina en una distancia mínima alcanzada de 0,4 m (línea verde punteada) cuando se produce la perturbación (en lugar de los 8 metros previstos sin perturbación), casi a punto de producirse colisión, no pudiéndose cumplir las condiciones de seguridad para las que se había diseñado el control nominal.

Por su parte, con el MPC robusto también se produce una disminución de la distancia mínima alcanzada entre trenes respecto al funcionamiento nominal sin perturbación. Si embargo, en este caso de simulación, la distancia disminuye hasta los 5 m, frente a los 8 m obtenidos con el controlador nominal sin aplicar perturbación. No obstante, esta distancia mínima, alcanzada tras una deceleración desde la velocidad máxima de la línea, respeta las condiciones de seguridad y se considera aceptable y suficiente como para evitar situaciones de riesgo.

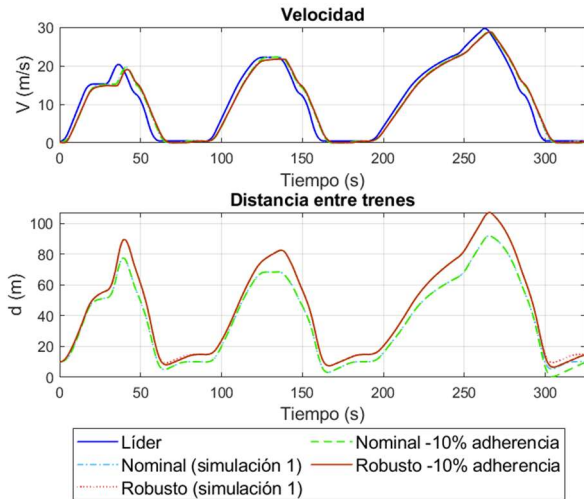


Figura 5. Resultados de la simulación 1. 10% de pérdida de adherencia durante el frenado.

#### 4.2. Simulación 2: error de posicionamiento

La simulación 2 se ha usado para comprobar el funcionamiento del sistema cuando existe ruido en la información de posicionamiento utilizada por el follower. En esta simulación, se introducen dos señales sinusoidales en la información de posicionamiento y velocidad del tren líder ( $x^p$  y  $v^p$ ). Tienen un periodo de 90 s y amplitudes de 0,8 m y 0,6 m/s, respectivamente. Además, se superpone un ruido aleatorio a la onda anterior. Este ruido está uniformemente distribuido y tiene una amplitud de 0,001 en cada señal (m y m/s, respectivamente). Esta simulación se centra en comprobar la variable incertidumbre  $w^d$ .

Los resultados se presentan en la Fig. 6 bajo la etiqueta "errores". La simulación se realizó tanto en MPC nominal como en MPC robusto. Los resultados se representan junto con los resultados de otra simulación sin perturbaciones (sin la etiqueta "errores") con objeto de poder compararlas.

La Fig. 6 muestra que un error de odometría y el ruido en la información del tren precedente puede causar una colisión en el MPC nominal (línea verde punteada). Esta colisión puede producirse al final del frenado llegando desde velocidades elevadas, es decir, cerca de las estaciones. En el MPC nominal, la distancia mínima alcanzada con esta perturbación fue de 0,8 m, cerca del instante 300 s del tiempo de simulación.

Por el contrario, el MPC robusto evita estas situaciones de riesgo (línea marrón continua). En esta simulación, el MPC robusto alcanzó una distancia mínima segura de 5,1 m donde el MPC nominal presentó 0,8 m en la misma situación.

El resultado más importante de esta simulación está relacionado con el hecho de que el sistema de control MPC nominal tiende a llevar a situaciones de riesgo cuando el entorno en el que se opera no es el nominal. Esta afirmación se puede corroborar en la Figura 6, donde se observa que en una entrada a una estación los trenes se aproximan hasta una distancia absoluta de 0,8

m. En sí mismo, este suceso supone una situación de riesgo no deseable.

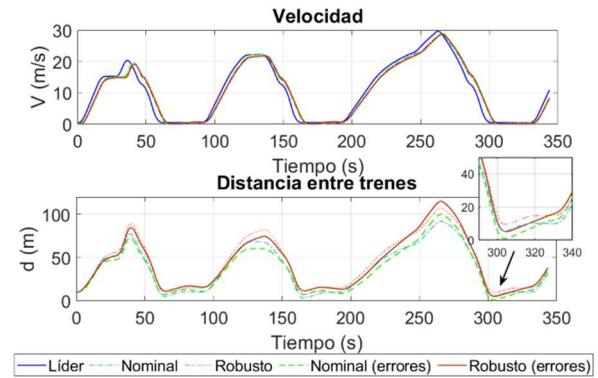


Figura 6. Resultados de la simulación 2. Errores en la información del tren precedente.

Sin embargo, se observa que el controlador robusto da lugar a una distancia mínima de 5,1 m, frente a los 7,5 m del funcionamiento nominal. No obstante, se comprueba que, a pesar de la situación desfavorable, se ha mantenido una distancia superior al error de odometría especificado (3,5 m) en un 48,6%, asegurándose así la circulación en condiciones de seguridad. Además, destaca que, respecto al sistema de control MPC nominal, esta distancia mínima alcanzada en esta situación desfavorable es casi 6 veces mayor, o lo que es lo mismo, el sistema de control MPC nominal reduce la distancia en esta situación en un 83% por su falta de robustez, lo cual conduce a situaciones de riesgo.

#### 5. Conclusiones

En este trabajo, se ha desarrollado un MPC robusto descentralizado para el acoplamiento virtual en ferrocarriles. En el controlador se incluyen dos tipos de incertidumbres.

Como resultado se obtiene un controlador más conservador que un control nominal, que sin embargo es capaz de garantizar la seguridad frente a una colisión en situaciones en las que el controlador nominal no es capaz de salvar, como han sido los casos probados tanto de una pérdida de adherencia del 10% durante el frenado, como ante errores en la información de posición del tren delantero.

No obstante, se detecta margen de mejora, fundamentalmente en las estimaciones del predictor del acoplamiento virtual cuando no hay información disponible sobre el tren delantero. Como línea futura, se plantean soluciones menos conservadoras basadas en las estimaciones de frenado del líder calculadas a partir de la última información conocida, en lugar de utilizar solamente la última información conocida directamente en el controlador.

#### 6. Agradecimientos

This work was supported in part by the H2020 ECSEL EU Project Intelligent Secure Trustable Things - InSecTT (www.insectt.eu) receiving funding from the ECSEL Joint

Undertaking (JU) under grant agreement No 876038, and in part by the Spanish Science and Innovation Ministry – State Research Agency under Grant PCI2020-112126 / AEI / 10.13039/501100011033

The JU receives support from the European Union's Horizon 2020 research and innovation programme and Austria, Sweden, Spain, Italy, France, Portugal, Ireland, Finland, Slovenia, Poland, Netherlands, Turkey.

The document reflects only the author's view and Commission is not responsible for any use that may be made of the information it contains.

## 7. Referencias

- [1] ERRAC, "Rail 2050 Vision. Rail - The Backbone of Europe's Mobility," 2017. [Online]. Available: [www.errac.org](http://www.errac.org). [Accessed 27 Jan. 20]].
- [2] "IRSE News, issue 219, ERTMS Level 4, Train Convoys or Virtual Coupling," Feb. 2016. [Online]. Available: <https://www.irse.org/LinkClick.aspx?fileticket=D8bvOT7ux7Q%3d&portalid=0>. [Accessed 28 Jan. 2022].
- [3] H. Quaglietta, M. Wang and R. Goverde, "A multi-state train-following model for the analysis of virtual coupling railway operations," *Journal of Rail Transport Planning & Management*, vol. 15, no. 100195, 2020.
- [4] Shift2Rail: X2Rail3, "Advanced Signalling, Automation and Communication System (IP2) – Virtual Train Coupling System - Deliverable D6.1 Virtual Train Coupling System Concept and Application Conditions," 2020.
- [5] T. Schumann, "Increase of Capacity on the Shinkansen High-speed Line Using Virtual Coupling," *Int. J. Transp. Dev. Integr.*, vol. 1, no. 4, p. 666–676, 2017.
- [6] Y. Zheng, S. Li, K. Li, F. Borelli and J. Hedrick, "Distributed model predictive control for heterogeneous vehicle platoons under unidirectional topologies," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 25, no. 3, pp. 899-910, 2017.
- [7] J. Guanetti, Y. Kim and F. Borelli, "Control of connected and automated vehicles: State of the art and future challenges," *Annual Reviews in Control*, 2018.
- [8] J. Lan and D. Zhao, "Min-Max Model Predictive Vehicle Platooning with Communication Delay," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 69, no. 11, pp. 12570-12584, 2020.
- [9] A. Bemporad and M. Morari, "Robust Model Predictive Control: A survey," *Garulli A., Tesi A. (eds) Robustness in identification and control. Lecture Notes in Control and Information Sciences*, vol. 245, 1999.
- [10] C. Di Meo, M. Di Vaio, F. Flammini, R. Nardone, S. Santini and V. Vittorini, "ERTMS/ETCS Virtual Coupling: Proof of Concept and Numerical Analysis," *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.*, vol. 21, no. 6, pp. 2545-2556, 2020.
- [11] Y. Liu, R. Liu, C. Wei, J. Xun and T. Tang, "Distributed Model Predictive Control Strategy for Constrained High-Speed Virtually Coupled Train Set," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 71, no. 1, pp. 171-183, 2022.
- [12] Y. Liu, Y. Zhou, S. Su, J. Xun and T. Tang, "An analytical optimal control approach for virtually coupled high-speed trains with local and string stability," *Elsevier Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 125, no. 102886, 2021.
- [13] X. Luo, H. Liu, L. Zhang and J. Xun, "A Model Predictive Control Based Inter-Station Driving Strategy for Virtual Coupling Trains in Railway System," in *2021 IEEE Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC)*, Indianapolis, USA, 2021.
- [14] X. Luo, T. Tang, H. Liu, L. Zhang and K. Li, "An Adaptive Model Predictive Control System for Virtual Coupling in Metros," *MDPI Actuators*, vol. 10(8), no. 178, 2021.
- [15] H. Zhao, X. Dai, Q. Zhang and J. Ding, "Robust Event-triggered Model Predictive Control for Multiple High-speed Trains with Switching Topologies," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019.
- [16] J. Park, B.-H. Lee and Y. Eun, "Virtual Coupling of Railway Vehicles: Gap Reference for Merge and Separation, Robust Control, and Position Measurement," *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.*, 2020.
- [17] C. Li, J. Wang and J. Shan, "Robust Cooperative Control of Networked Train Platoons: A Negative-Imaginary Systems' Perspective," *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, vol. 8, no. 4, pp. 1743-1753, 2021.
- [18] Y. Liu, Y. Zhou, S. Su, J. Xun y T. Tang, «Control strategy for stable formation of high-speed virtually coupled trains with disturbances and delays,» *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, pp. 1-19, 2022.
- [19] J. Felez, Y. Kim and F. Borrelli, "A model predictive control approach for virtual coupling in railways," *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.*, vol. 20, no. 7, pp. 2728-2739, 2019.
- [20] J. Löfberg, "Automatic robust convex programming," *Optimization methods and software*, vol. 27, no. 1, pp. 115-129, 2012.

## 8. Anexo I

Tabla I. parámetros considerados en la simulación

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
M (kg)	99.972e+3	$t_s$ (s)	0.2
L (m)	54.9	$H_p$	20
A (N)	1216.13	$v_{max}$ (m/s)	30.6
B (N/(m/s))	117.39	$v_{min}$ (m/s)	0.5
C (N/(m/s) <sup>2</sup> )	2.97	$j_{max}$ (m/s <sup>3</sup> )	0.98
$\tau$ (s)	0.7	$d_{des}$ (m)	10
		$d_{min}$ (m)	5
$Ma_{dr}^i, Ma_{br}^i$ (N)	150e+3	$w_{min}$ (m/s <sup>2</sup> )	0.05
$P_{br}^i, P_{dr}^i$ (W)	1.584e+6	$w_{max}$ (m/s <sup>2</sup> )	0.15
$a_l$ (m/s <sup>2</sup> )	1.25	$w_{p,min}$ (m)	3.5
$a_f$ (m/s <sup>2</sup> )	1	$w_{p,max}$ (m)	0