

# ANIVELLAMENT D'ARROSSARS AMB EQUIP LÀSER: CRITERIS ECONÒMICS DE RENDIBILITAT

**Josep Maria Franquet Bernis**

*Dr. Enginyer Agrònom EUR-ING. Dr. en Ciències Econòmiques i Empresariales. Diplomant en Investigació Operativa. Universitat Nacional d'Educació a Distància (UNED). Campus del Nord-est. Centre Associat de Tortosa (Tarragona). [director@tortosa.uned.es](mailto:director@tortosa.uned.es).*

## RESUM

Des de fa uns quants anys s'ha generalitzat a les nostres zones arrossaires l'ús d'equips d'anivellació làser, que permeten als pagesos el maneig més acurat de l'aigua de reg, possibilitant un reg més homogeni i la utilització de l'aigua de forma més racional. Com a conseqüència de la metodologia aquí proposada, tot partint d'un exemple real, es calcula el llindar superficial de rendibilitat de l'equip a partir del qual resulta interessant la seva adquisició. Endemés, seguint diverses tècniques pròpies de la Teoria Microeconòmica i de la Investigació Operativa es determinen les diferents corbes de cost així com el termini òptim de renovació de l'equip.

**Paraules clau:** anivellament, equip làser, renovació, amortització, despesa, llindar de rendibilitat, tipus d'interès.

## RESUMEN

Desde hace tiempo se ha venido generalizando, en nuestras zonas arroceras, el empleo de equipos de nivelación láser, que permiten a los agricultores un manejo más cuidadoso del agua de riego, posibilitando una distribución de la misma más homogénea y racional. Como consecuencia de la metodología aquí propuesta, y partiendo de un caso real, se calcula el umbral superficial de rentabilidad del equipo que nos determina la conveniencia de su adquisición. Además, siguiendo diversas técnicas propias de la Teoría Microeconómica y de la Investigación Operativa, se determinan las diferentes curvas de coste así como el período óptimo de renovación del equipo.

**Palabras clave:** nivelación, equipo láser, renovación, amortización, gasto, umbral de rentabilidad, tipo de interés.

## ABSTRACT / SUMMARY

*Long ago it has been spreading, in our rice-growing areas, the use of leveling laser, allowing farmers a more careful management of irrigation water, enabling a more homogeneous and rational distribution. As a result of the proposed methodology, and based on a real case, it is estimated the surface threshold of profitability of equipment that defines the convenience of its acquisition. In addition, following various microeconomic theory and operational research techniques, it is determined the different curves of cost as well as the optimal period of renewal of the equipment.*

**Key words:** *leveling, equipment laser, renewal, depreciation, expenditure, break-even point and interest rate.*

## 1. INTRODUCCIÓ

Com succeeix també als altres camps de l'activitat humana, l'agricultura està experimentant una llarga sèrie de transformacions consistents en la informatització i automatització de moltes de les seves tasques. Com a conseqüència d'això, el sector arrossaire espanyol posseeix probablement el parc de maquinària més nou i tecnològicament més avançat que s'utilitza en l'agricultura extensiva.



Fig. 1. Tractor agrícola amb equip d'anivellació làser.

El sistema més modern d'anivellament de les parcel·les on s'implanta aquest cultiu consisteix en un emissor de raig làser muntat sobre un trípede que roman estàtic i que, de forma continuada, va descrivint un

plànol virtual amb la mateixa cota taquimètrica del terreny. Mentrestant, un receptor muntat sobre un aparell de transport (anivelladora-arrobadera-trissella) rep aquesta senyal làser que la transforma i trasllada a l'operador. Aquest supervisa en tot moment la informació de cota del terreny on es troba i, de forma automàtica o manual, pot corregir l'alçada aixecant o baixant l'aparell. D'aquesta forma, s'obté el pendent desitjat per a la parcel·la de conreu (Franquet, 2012).

Amb l'anivellament mitjançant els equips làser s'aconsegueix, en definitiva, controlar millor els nivells de l'aigua dins de la parcel·la, de manera que es facilita notablement la nascència del cultiu, amb influència decisiva en el seu rendiment final.

## 2. ANIVELLAMENT AMB EQUIP LÀSER *VERSUS* ANIVELLAMENT TRADICIONAL

L'anivellament tradicional d'un camp d'arròs consisteix en la realització de les següents operacions:

- a) Determinar les condicions topogràfiques actuals del terreny, establint una quadrícula en el camp amb cinta mètrica i nivell fix, deixant estacues permanents al camp per ajudar a l'execució dels treballs. A un costat de cada estaca s'estableix un trompo a ras de sòl, al qual se li determinarà la cota amb nivell fix i serveix com a nivell de referència durant el control del moviment de terres.
- b) Efectuar el càlcul del plànol-projecte per alguna variant del principi dels mínims quadrats ordinaris (Franquet y Querol, 2010).
- c) Calcular les dades de construcció (espessors de talls i replens) i utilitzar un sistema d'assenyalament d'aquests en el camp, auxiliant-se de les estacues col·locades en l'incís anterior a).
- d) Realitzar el moviment de terres amb equips i implements de tracció mecànica (trisselles), portant un control de les dades de construcció (talls i replens o emplenats), auxiliant-se amb personal de recolzament, per tal de garantir que els talls i replens resultants corresponguin a les dades del projecte (amb alguna tolerància preestablerta).
- e) Treure les estacues i donar un allisat final amb anivelladora ("land plane") quan el treball de moviment de terres gros ha estat acceptat.

Alternativament, l'anivellació amb un equip làser como el que aquí s'estudia, consisteix en la realització de les següents operacions:

- a) Obtenir les condicions topogràfiques actuals del terreny, utilitzant un equip emissor i un altre receptor de raig làser, que pot ser perfectament el mateix sistema làser descrit anteriorment, prèviament configurat per a portar a terme aquesta funció.

- b) Efectuar el càlcul de les pendents del projecte, ja sigui en forma simplificada o bé per alguna variant del principi dels mínims quadrats.
- c) Realitzar el moviment de terres, guiat sempre pel sistema làser prèviament configurat per tal d'efectuar aquesta funció.

En definitiva, les avantatges comparatives de l'anivellació amb l'equip làser respecte a l'anivellació tradicional són les següents:

- a) L'aixecament topogràfic amb equip làser es realitza en menor temps, amb menys personal i amb menys possibilitats de cometre equivocacions.
- b) L'anivellació amb equip làser no requereix d'un estacat en quadrícula mitjançant el corresponent aixecament altimètric i planimètric del camp de conreu, com sí ho requereix l'anivellació tradicional.
- c) L'anivellació amb equip làser no requereix l'establiment d'un sistema tediós i lent de control de les dades de construcció al camp.
- d) L'anivellació amb equip làser permet realitzar, tant el moviment gros de terres com l'afinament o refinat del terreny, amb una gran eficiència i precisió característics d'un sistema automàtic i electrònic, la qual cosa es tradueix en un acabat del treball pràcticament perfecte.

### 3. METODOLOGIA

#### 3.1. Introducció

Es tracta ara d'efectuar el càlcul del llinar de rendibilitat de l'equip d'anivellació/refinació per làser a una important explotació arrossaire, amb una base territorial de 669 ha en conreu directe (en explotació individual o en règim cooperatiu, mitjançant la utilització en comú d'aquest modern mitjà de producció), tot confrontant la justificació econòmica de la seva adquisició amb l'alternativa del lloguer d'un equip similar a la zona. També es demana estudiar i representar les diferents corbes de cost i les seves relacions microeconòmiques, així com determinar el termini òptim de renovació de l'equip (Franquet, 2012).

La metodologia que segueix resulta aplicable a qualsevol altre exemple de base territorial o de tipologia de l'equip a adquirir.

#### 3.2. Bases de càlcul

Preu d'adquisició:  $C = 35945.94 \text{ €}$

Subvenció oficial sol·licitada: 40% C.

Preu real d'adquisició:  $35945.94 \times 0.6 = 21568.00 \text{ €}$

Interès del capital: 3%.

Rendiment mitjà de l'equip: 1.25 h./ha.

Amortització: es preveu efectuar una anivellació cada 3 anys de la mateixa parcel·la, amb la qual cosa, per a una superfície total de conreu directe de 669 ha. (la resta de la finca es troba en arrendament rústic), correspondran:

$$\frac{669 \text{ ha.}}{3} \times 1.25 \text{ h./ha.} = 278.75 \text{ h./any (223 ha./any),}$$

la qual cosa suposa aproximadament 7 setmanes de treball a raó de 40 hores/setmana.

### 3.3. Despeses indirectes o fixes

#### 3.3.1. Amortització tècnica

Valor amortitzable:  $0.9 \times 21568.00 = 19411.20 \text{ €}$ , tot considerant un valor residual de l'equip del 10% del valor inicial.

Vida útil de la màquina:  $20 \text{ anys} \times 278.75 \text{ h./any} = 5575 \text{ hores.}$

$$\frac{19411.2 \text{ €}}{20 \text{ anys}} = 970.56 \approx 971 \text{ €/any.}$$

#### 3.3.2. Interès del capital

$3\% \text{ s/ } 21568.00 \text{ €} = 647 \text{ €/any.}$

#### 3.3.3. Local

$0.5\% \text{ s/ } 21568.00 \text{ €} = 108 \text{ €/any.}$

#### 3.3.4. Assegurances i impostos

$1\% \text{ s/ } 21568.00 = 216 \text{ €/any.}$

#### 3.3.5. Total despeses fixes

$$D_f = 971 + 647 + 108 + 216 = \mathbf{1942 \text{ €/any}}$$

### 3.4. Despeses directes o proporcionals

#### 3.4.0. Introducció

L'equip làser previst serà arrossegat per un tractor agrícola amb una potència de 240 CV., amb un consum específic mitjà de 130 g/CV·h. com es pot veure al gràfic següent, un preu del gas-oil de 0.75 €/l. amb una subvenció de 0.08 €/l. i una densitat del carburant de 910 g/l. Per tal de determinar el valor esmentat del consum específic mitjà, cal estudiar les corbes característiques corresponents del motor Diesel a règim màxim d'alimentació que, en aquest cas, ofereixen els següents resultats, tot tenint en compte la velocitat angular ( $\omega$ ) i el consum específic ( $C_s$ ):

Taula 1. Consum específic segons el règim de revolucions.

$\omega$ (r.p.m.)	$C_s$ (g/CV·h.)
1000	153
1200	142
1400	135
1600	129
1800	121
2000	114
2200	110
2400	114
2600	121
2800	129
3000	139
3200	153

La representació gràfica corresponent és la següent:

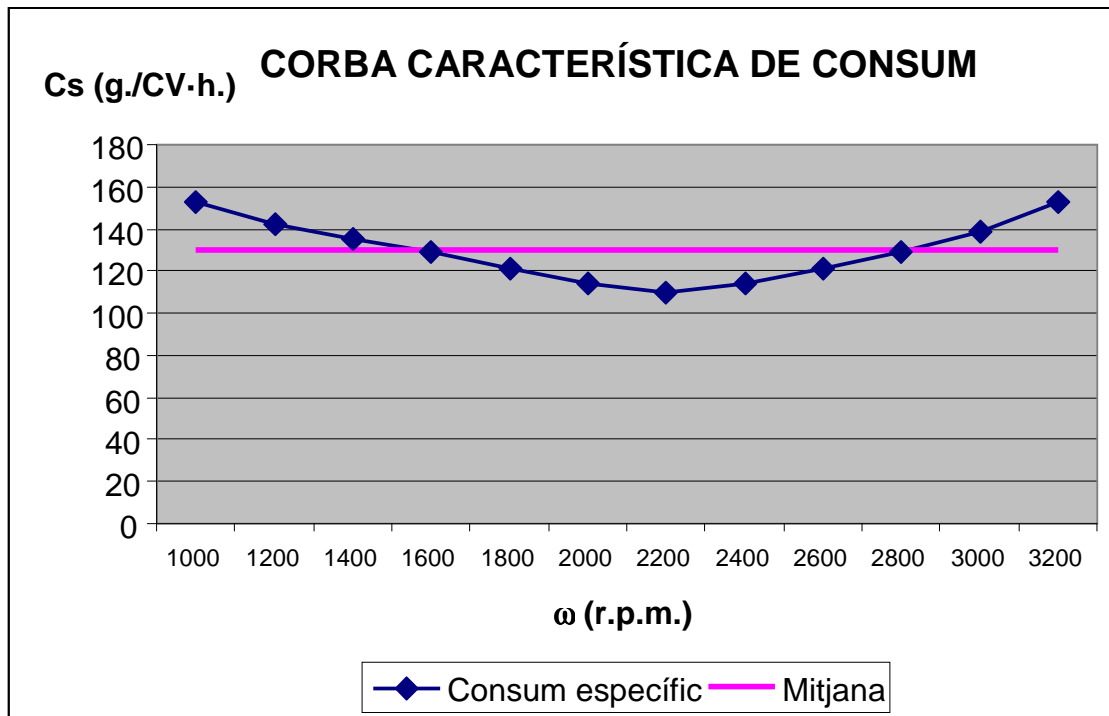


Fig. 2. Corba característica de consum.

#### 3.4.1. Combustible del tractor

$$130 \times 240 \times \frac{1}{910} \times (0.75 - 0.08) = 22.97 \text{ €/h.}$$

#### 3.4.2. Oli del motor

Consum: 2.5 g/CV·h.                      Preu: 4 €/kg.

$$2.5 \times 240 \times \frac{4}{1000} = 2.40 \text{ €/h.}$$

#### 3.4.3. Greix del motor

Consum: 2.0 g/CV·h.                      Preu: 2 €/kg.

$$2.0 \times 240 \times \frac{2}{1000} = 0.96 \text{ €/h.}$$

#### 3.4.4. Valvulina de la caixa de canvis

Consum: 1.5 g/CV·h.                      Preu: 4 €/kg.

$$1.5 \times 240 \times \frac{4}{1000} = 1.44 \text{ €/h.}$$

### 3.4.5. Greix i lubricants de l'equip làser

$$0.1 \text{ kg./ha.} \times \left(\frac{1}{1.25}\right) \text{ ha./h.} \times 2 \text{ €/kg.} = 0.16 \text{ €/h.}$$

### 3.4.6. Reparacions, recanvis i conservació

S'estimen en un 6% del preu d'adquisició sense subvenció, amb la qual cosa resultarà:

$$0.06 \times 35945.94 \times \left(\frac{1}{278.75}\right) = 7.74 \text{ €/h.}$$

### 3.4.7. Mà d'obra

Representa un cost aproximat, per tots els conceptes, inclosa la Seguretat Social, de 400 €/setmana, o sigui:

$$\frac{400 \text{ €/setmana}}{40 \text{ h./setmana}} = 10.00 \text{ €/h.}$$

### 3.4.8. Filtres

Es pot considerar com una despesa variable, ja que la seva substitució es farà en funció de les hores anyals de treball del tractor. Per al nivell de producció previst aquí, es canvien un cop l'any, tant el de gas-oil (6 €) com el d'oli (5 €), amb la qual cosa aquesta despesa suposa:

$$\frac{(5 + 6) \text{ €/any}}{278.75 \text{ h./any}} = 0.04 \text{ €/h.}$$

### 3.4.9. Total despeses variables

$$\begin{aligned} D_v &= 22.97 + 2.40 + 0.96 + 1.44 + 0.16 + 7.74 + 10.00 + 0.04 = \\ &= \mathbf{45.71 \text{ €/h.}} \end{aligned}$$

que per unitat superficial anivellada representaria:

$$45.71 \text{ €/h.} \times 1.25 \text{ h./ha.} = \mathbf{57.14 \text{ €/ha.}}$$

## 3.5. Llindar de rendibilitat

Com ja s'ha dit, l'alternativa a l'adquisició de l'equip d'anivellació/refinació làser que es pretén consisteix en el lloguer de la maquinària corresponent als preus de mercat de la zona, per un import



aproximat actualment de 60 €/h. (any 2012) per a aquest equip de 6'00 m. d'amplada de pala, la qual cosa suposa una despesa per unitat superficial de:

$$D_{LL} = 60 \text{ €/h.} \times 1.25 \text{ h./ha.} = 75.00 \text{ €/ha.}$$

$$D_T = D_V + \frac{D_f}{N} = D_{LL} ; \text{ o sia:}$$

$$57.14 + \frac{1942}{N} = 75.00, \text{ d'on } N = 108.73 \text{ ha.,}$$

**amb la qual cosa es demostra que a partir d'aquesta superfície resultant del càlcul anterior ( $\approx 109$  ha.) ja resulta interessant, des del punt de vista estrictament econòmic, portar a terme la inversió en l'adquisició de l'equip ressenyat, ja sigui per a la seva explotació individual o en comú. Com sigui que cada any es pretén l'anivellació i refinació de 223 ha. (de tal manera que cada parcel·la de l'explotació s'anivelli aproximadament cada tres anys), més del doble superficial anteriorment calculat, es conclou que la inversió propugnada resulta clarament aconsellable. Altrament, el fet de no dependre de tercers proveïdors per a l'execució de la feina, amb els retards, incerteses i dificultats que això comporta, justifica encara més la conveniència d'efectuar aquesta inversió.**

Al respecte de tot l'exposat fins aquí, es pot veure la taula i el gràfic següents:

Taula 2. Alternativa adquisició/lloguer segons la superfície de treball.

<b>SUPERFICIE (ha.)</b>	<b>DESPESA ADQUISICIÓ (€/ha.)</b>	<b>DESPESA LLOGUER (€/ha.)</b>
0	∞	75
10	251.34	75
20	154.24	75
30	121.87	75
40	105.69	75
50	95.98	75
60	89.51	75
70	84.88	75
80	81.42	75
90	78.72	75
100	76.56	75
<b>108.73</b>	<b>75.00</b>	<b>75</b>
110	74.79	75
120	73.32	75
130	72.08	75
140	71.01	75
150	70.09	75
160	69.28	75
170	68.56	75
180	67.93	75
190	67.36	75
200	66.85	75
210	66.39	75
220	65.97	75
230	65.58	75
240	65.23	75
250	64.91	75
260	64.61	75
270	64.33	75
280	64.08	75
290	63.84	75
300	63.61	75
∞	57.14	75

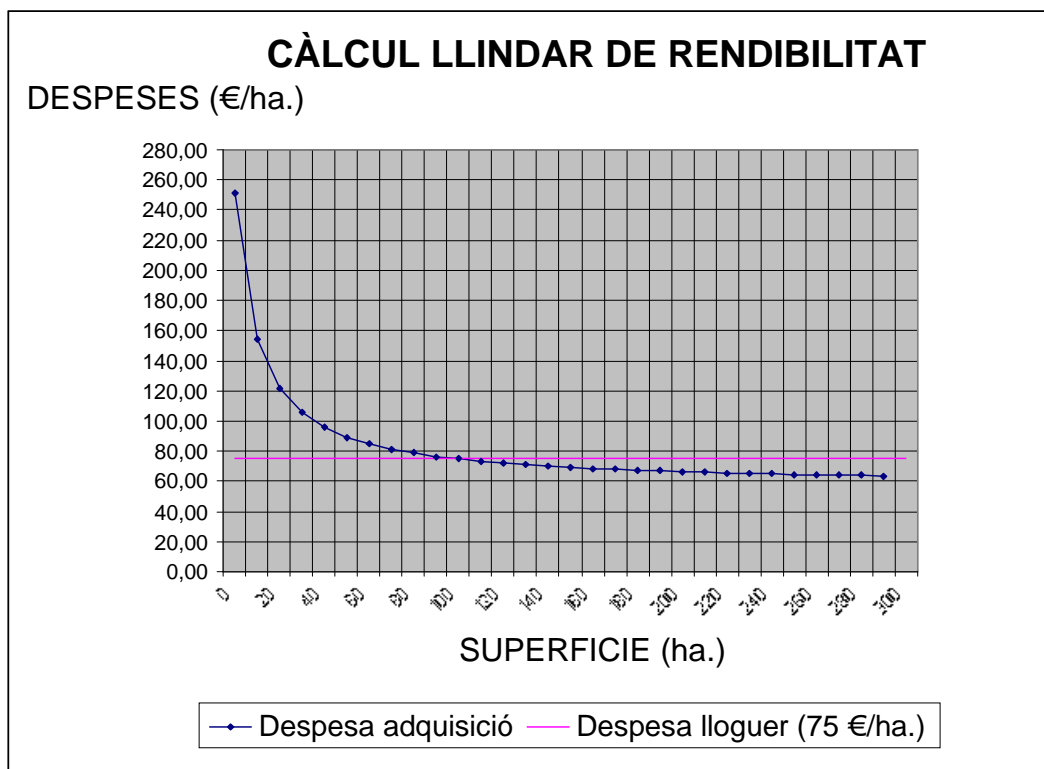


Fig. 3. Càlcul del llindar de rendibilitat de l'equip làser.

Aquesta corba és una hipèrbola equilàtera que té dues asímptotes o branques hiperbòliques, a saber (Franquet, 2012):

a) *Vertical*, per a  $N = 0$ , o sia:

$$\lim_{N \rightarrow 0} \left( 57.14 + \frac{1942}{N} \right) = +\infty$$

b) *Horitzontal*, per a  $N = +\infty$ , o sia:

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \left( 57.14 + \frac{1942}{N} \right) = 57.14.$$

### 3.6. Corbes de cost

La funció de despeses variables representa la inversa de la funció de producte total, o sigui de la funció de producció, i les funcions derivades de les despeses variables, o sigui, les corbes de costos mitjans i marginals són inverses de les funcions derivades de la funció de producció, és a dir, les corbes de productivitat mitjana i marginal.

En la figura 4 es representen les corbes (en aquest cas rectes) de cost total CT, de cost variable CV i cost fix CF. Lògicament, la corba de cost

fix és una línia horitzontal, ja que aquestes despeses no varien amb el nivell de producció superficial N (ha.). La distància vertical existent entre la corba de costos totals i la de costos fixos, per a cada nivell de producció, representa òbviament els costos variables.

Pel que es refereix a la següent figura el cost marginal (C<sub>Ma</sub>) es defineix com l'augment del cost total necessari per tal de produir una unitat addicional de superfície i la forma de la corba corresponent té el seu origen en la corba de producte marginal del treball.

Els costos mitjans o unitaris ho són per unitat de producció (Ha. anivellada i refinada). Les corbes de cost total mitjà CT<sub>Mi</sub> i cost variable mitjà CVM<sub>i</sub> d'aquesta figura es troben a l'infinit superficial. La relació existent entre les corbes de C<sub>Ma</sub> i les de CT<sub>Mi</sub> i CVM<sub>i</sub> reflecteix la relació general entre les quantitats marginals i mitjanes. El mínim del cost mitjà total, on coincideix amb el cost marginal, es coneix com a *òptim d'explotació*, de valor 57.14 €/ha. En termes generals podem afirmar que si la producció d'una unitat addicional fa disminuir el cost mitjà, el cost marginal ha de ser inferior al cost mitjà. Si la producció d'una unitat addicional fa que augmenten els costos mitjans, el cost d'aquesta unitat (cost marginal) ha de ser major que el cost mitjà. Per consegüent, la corba de costos marginals tallarà la corba de costos mitjans en el seu mínim.

En el nostre cas, es presenten les relacions següents:

$$\left\{ \begin{array}{l} CT = 57.14 \times N + 1942 ; \quad CT_{Mi} = \frac{57.14 \times N + 1942}{N} ; \\ CT_{Mi} = 57.14 + \frac{1942}{N} ; \quad \frac{dCT_{Mi}}{dN} = -\frac{1942}{N^2} < 0 \text{ (funció decreixent)} ; \\ C_{Ma} = \frac{dCT}{dN} = 57.14 > 0 \text{ (CT és una funció creixent)} ; \\ CV = 57.14 \times N ; \quad CF = 1942 ; \\ CVM_{i} = \frac{57.14 \times N}{N} = 57.14 ; \quad CF_{Mi} = \frac{1942}{N} ; \end{array} \right.$$

Aquestes relacions donaran lloc al següent quadre general de despeses en funció de la superfície treballada:

Taula 3. Costos segons la superfície treballada.

SUPERFÍCIE N (ha.)	CTMi (€/ha.)	CF (€)	CV (€)	CT (€)	CMa (€/ha.)	CVMi (€/ha.)	CFMi (€/ha.)
0	0	1942	0	1942.00	-	-	∞
10	251.34	1942	571.40	2513.40	57.14	57.14	194.20
20	154.24	1942	1142.80	3084.80	57.14	57.14	97.10
30	121.87	1942	1714.20	3656.20	57.14	57.14	64.73
40	105.69	1942	2285.60	4227.60	57.14	57.14	48.55
50	95.98	1942	2857.00	4799.00	57.14	57.14	38.84
60	89.51	1942	3428.40	5370.40	57.14	57.14	32.37
70	84.88	1942	3999.80	5941.80	57.14	57.14	27.74
80	81.42	1942	4571.20	6513.20	57.14	57.14	24.28
90	78.72	1942	5142.60	7084.60	57.14	57.14	21.58
100	76.56	1942	5714.00	7656.00	57.14	57.14	19.42
110	74.79	1942	6285.40	8227.40	57.14	57.14	17.65
120	73.32	1942	6856.80	8798.80	57.14	57.14	16.18
130	72.08	1942	7428.20	9370.20	57.14	57.14	14.94
140	71.01	1942	7999.60	9941.60	57.14	57.14	13.87
150	70.09	1942	8571.00	10513.00	57.14	57.14	12.95
160	69.28	1942	9142.40	11084.40	57.14	57.14	12.14
170	68.56	1942	9713.80	11655.80	57.14	57.14	11.42
180	67.93	1942	10285.20	12227.20	57.14	57.14	10.79
190	67.36	1942	10856.60	12798.60	57.14	57.14	10.22
200	66.85	1942	11428.00	13370.00	57.14	57.14	9.71
210	66.39	1942	11999.40	13941.40	57.14	57.14	9.25
220	65.97	1942	12570.80	14512.80	57.14	57.14	8.83
230	65.58	1942	13142.20	15084.20	57.14	57.14	8.44
240	65.23	1942	13713.60	15655.60	57.14	57.14	8.09
250	64.91	1942	14285.00	16227.00	57.14	57.14	7.77
260	64.61	1942	14856.40	16798.40	57.14	57.14	7.47
270	64.33	1942	15427.80	17369.80	57.14	57.14	7.19
280	64.08	1942	15999.20	17941.20	57.14	57.14	6.94
290	63.84	1942	16570.60	18512.60	57.14	57.14	6.70
300	63.61	1942	17142.00	19084.00	57.14	57.14	6.47
∞	57.14	1942	∞	∞	57.14	57.14	0.00

En aquest cas, les corbes (rectes) de CMa i CVMi es confonen i són l'asíptota horitzontal de valor 57.14 €/ha., que constitueix la corba d'oferta d'aquesta activitat de l'empresa. Les corbes de CTMi i CMa es tallen al ∞, que conforma, en aquest cas, "l'òptim d'explotació". Efectivament, la funció de costos totals mitjans ve donada genèricament per la hipèrbola equilàtera d'equació:

$$CTMi = a + \frac{b}{N}.$$

Per a la cerca d'extrems, vegem la condició necessària o de primer grau:

$$\frac{dCTMi}{dN} = -\frac{b}{N^2} = 0 \Rightarrow N = \infty \rightarrow \text{hi ha un punt crític,}$$

així es tracta d'un mínim absolut o global quan  $N = +\infty$ , o sigui, en el punt  $(+\infty, a)$ , que en el nostre cas és el de coordenades cartesianes rectangulars  $(+\infty, 57.14)$ , així com un màxim absolut o global quan  $N = 0$ , o sigui, en el punt  $(0, +\infty)$ .

Les corbes corresponents són les següents:

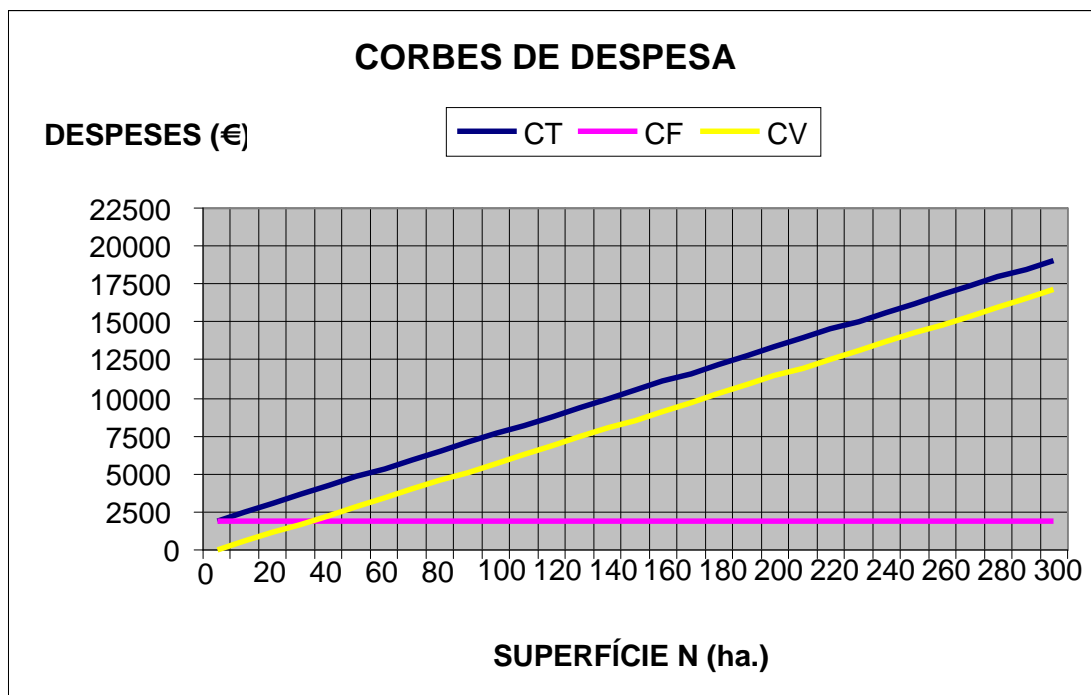


Fig. 4. Corbes de despesa total.

També tindrem les següents corbes de despesa unitària:

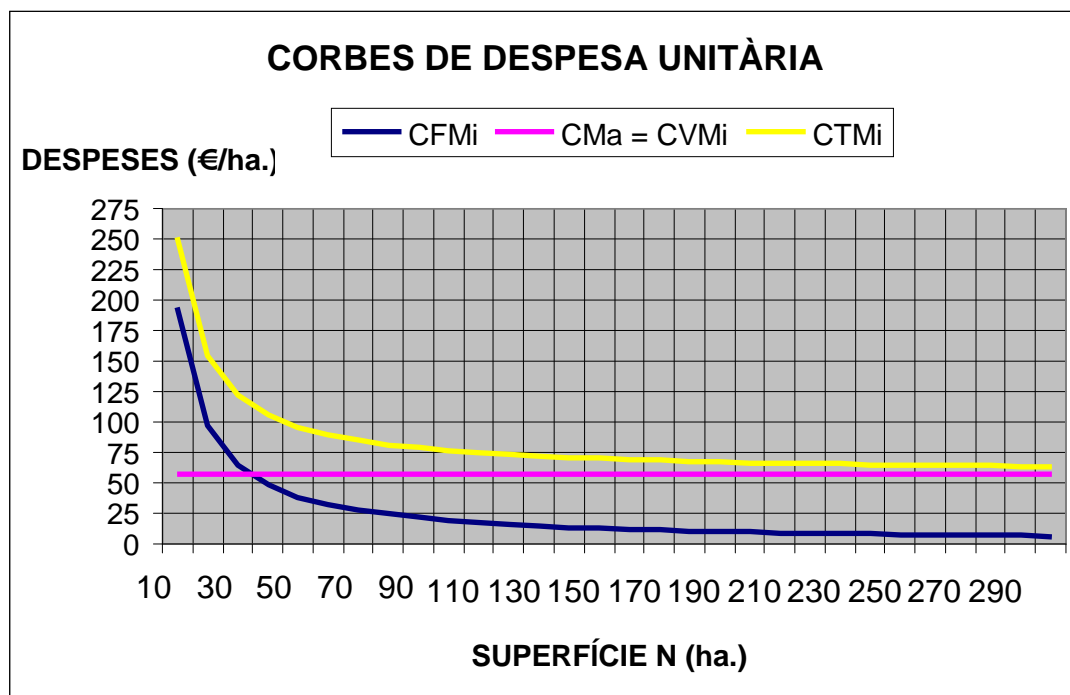


Fig. 5. Corbes de despesa unitària.

### 3.7. Període òptim de renovació de l'equip

#### 3.7.1. Conceptes previs

L'equip que ens ocupa es troba, com és natural, subjecte a depreciació, i cal tenir en compte el tipus d'interès que, en aquest cas, el suposarem del 5%, sense tindre tampoc en consideració la subvenció oficial que es pugui aconseguir en l'adquisició de l'equip<sup>1</sup>.

Sigui  $A_0 = C = 35945.94$  € el preu de compra de l'equip làser rebut posteriorment en  $A_0 \varphi(t)$ , o valor residual, al moment  $t$ .

Les despeses de manteniment i de reparació són:  $C_1, C_2, \dots, C_t$ . Aquestes despeses són fetes al final de cada any o exercici econòmic.

Considerem ara un horitzó econòmic limitat i suposem que el material renovat és sempre el mateix.

<sup>1</sup> Els ajuts directes o subvencions que convoquen periòdicament els respectius Departaments o Conselleries d'Agricultura de les diverses Comunitats Autònomes d'Espanya ho són per fomentar l'ús de màquines i equips agrícoles que incorporin noves tecnologies. La nova maquinària adquirida ha de suposar una reducció del consum energètic, una millora dels sistemes de producció, de les condicions ergonòmiques, de seguretat de les operacions mecanitzades i de la conservació de la qualitat ambiental respecte a la maquinària anterior. L'ajut mitjà és actualment (any 2015) de 15.000 € per persona beneficiària i any, com a màxim, d'acord amb els criteris reglamentàriament establerts.

La despesa total actualitzada, per a un període de renovació de  $t$  anys, serà:  $\Gamma(t) = [A_0 + \alpha C_1 + \alpha^2 C_2 + \dots + \alpha^t C_t - A_0 \alpha^t \varphi(t)] \cdot [1 + \alpha^t + \dots + \alpha^{nt} + \dots]$ , fent  $\alpha = 1/(1+i)$ , on  $i$  és el tipus d'interès; o sigui:

$$\Gamma(t) = B(t) \frac{1}{1-\alpha^t}; \text{ essent: } B(t) = A_0 + \alpha C_1 + \alpha^2 C_2 + \dots + \alpha^t C_t - A_0 \alpha^t \varphi(t).$$

El període de renovació  $t_0$ , que fa mínima la despesa total, és tal que:

$$\Gamma(t_0 - 1) > \Gamma(t_0) < \Gamma(t_0 + 1).$$

Cal fer, al respecte, les següents consideracions (Desbazeille, 1969):

- Si no es té en compte el preu residual o de revenda al final del període ( $\varphi(t) = 0$ ), el material serà renovat quan es compleixi que:

$$C_{t_0+1} > \frac{A_0 + C_1 \alpha + \dots + C_{t_0} \alpha^{t_0}}{\alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^{t_0}}.$$

- Si s'admet que la despesa de manteniment varia de forma continua en funció del temps i que el preu de revenda de l'equip és nul, l'expressió de la despesa total actualitzada, per a un període de renovació de  $t$  anys, s'escriu així:

$$\Gamma(t) = \left[ A_0 + \int_0^t c(u) e^{-iu} \cdot du \right] \frac{1}{1 - e^{-it}},$$

on  $c(u)$  representa la despesa de manteniment amb:  $e^{-it} \approx \alpha^t$ .

La despesa total actualitzada és mínima per a un període  $t_0$  tal que:

$$c(t_0) [1 - e^{-it_0}] = i \left[ A_0 + \int_0^{t_0} c(u) \cdot e^{-iu} \cdot du \right]. \quad (1)$$

### 3.7.2. Exercici

En el cas que ens ocupa, la despesa d'entreteniment  $c(t)$  de l'equip làser comprat a un preu d'adquisició  $A_0$  varia d'una forma continua en funció del temps. Se suposarà que el material renovat al final de cada període d'utilització és sempre el mateix.

La unitat de temps és l'any i l'expressió de  $c(t)$ , és:  $c(t) = \alpha A_0 (1 - e^{-\mu t})$ .



Es tracta, doncs, d'establir la fórmula que permet calcular el període òptim de renovació de l'equip làser d'anivellació/refinació amb la següent aplicació numèrica:

$$\alpha = 1/2 ; \mu = 1/5 ; i = \text{tipus d'interès} = 5 \text{ per } 100 \text{ anual.}$$

(cal ressenyar que hem incrementat prudencialment en dos punts el tipus d'interès tot tenint en compte l'evolució previsible en el futur. En tot cas, es pot considerar el tipus d'interès legal que es publica oficialment).

### **Solució**

1er. Segons la fórmula anterior (1) la despesa total actualitzada és mínima per a un  $t_0$  tal que:

$$\alpha A_0 (1 - e^{-\mu t_0})(1 - e^{-i t_0}) = i \left[ A_0 + \alpha A_0 \int_0^{t_0} (1 - e^{-\mu u}) \cdot e^{-iu} \cdot du \right],$$

que també es pot escriure així:  $\alpha e^{-\mu t_0} (e^{-i t_0} - 1) = i \left[ 1 + \frac{\alpha}{\mu + i} e^{-(\mu+i)t_0} - \frac{\alpha}{\mu + i} \right].$

2on. La fórmula anterior pren la forma o configuració següent:

$$10 e^{-0.20 t_0} (1 - e^{-0.05 t_0}) = 1 - 2 e^{-0.25 t_0} .$$

S'operarà per resolució gràfica, traçant punt per punt les corbes representatives de les dues funcions següents:

$$\begin{cases} f(x) = 10 \cdot e^{-0.20x} (1 - e^{-0.05x}) \\ g(x) = 1 - 2e^{-0.25x} \end{cases}$$

i es trobarà el seu punt de tall. En qualsevol cas, igualant analíticament ambdues expressions s'obté:

$$10 \cdot e^{-0.20x} (1 - e^{-0.05x}) = 1 - 2 \cdot e^{-0.25x} ; 10 \cdot e^{-0.20x} - 10 \cdot e^{-0.25x} = 1 - 2 \cdot e^{-0.25x} ;$$

$$10 \cdot e^{-0.20x} - 1 = -2 \cdot e^{-0.25x} + 10 \cdot e^{-0.25x} = 8 \cdot e^{-0.25x} ;$$

$10 \times \frac{1}{e^{0.20x}} - 1 = 8 \times \frac{1}{e^{0.25x}} ;$  i multiplicant ambdós membres per  $e^{0.25x}$ , s'obté:  $10 \cdot e^{0.05x} - e^{0.25x} = 8 ;$  o sigui:  $10 \cdot t - t^5 = 8$  , havent realitzat el canvi de variable:

$$\begin{cases} e^{0.05x} = t \\ t^5 = e^{0.25x} \end{cases}$$

Nogensmenys, la solució de l'equació de coeficients enters:

$t^5 - 10 \cdot t + 8 = 0$ , ofereix 5 arrels no enteres amb problemes de convergència, per la qual cosa optarem per la seva resolució gràfica. Això és, donant valors a les funcions  $f(x)$  i  $g(x)$ , i cercant el seu punt d'intersecció, s'obté la següent taula (Franquet, 2012):

Taula 4. Valors de les funcions  $f(x)$  i  $g(x)$ .

Període renovació	$g(x)$	$f(x)$
0	-1.0000	0.0000
1	-0.5576	0.3993
2	-0.2131	0.6379
3	0.0553	0.7645
4	0.2642	0.8145
5	0.4270	0.8137
6	0.5537	0.7806
7	0.6525	0.7282
<b>7.532</b>	<b>0.6957</b>	<b>0.6957</b>
8	0.7293	0.6656
9	0.7892	0.5990
10	0.8358	0.5325
11	0.8721	0.4688
12	0.9004	0.4093
13	0.9225	0.3550
14	0.9396	0.3061
15	0.9530	0.2627

amb la següent representació gràfica:

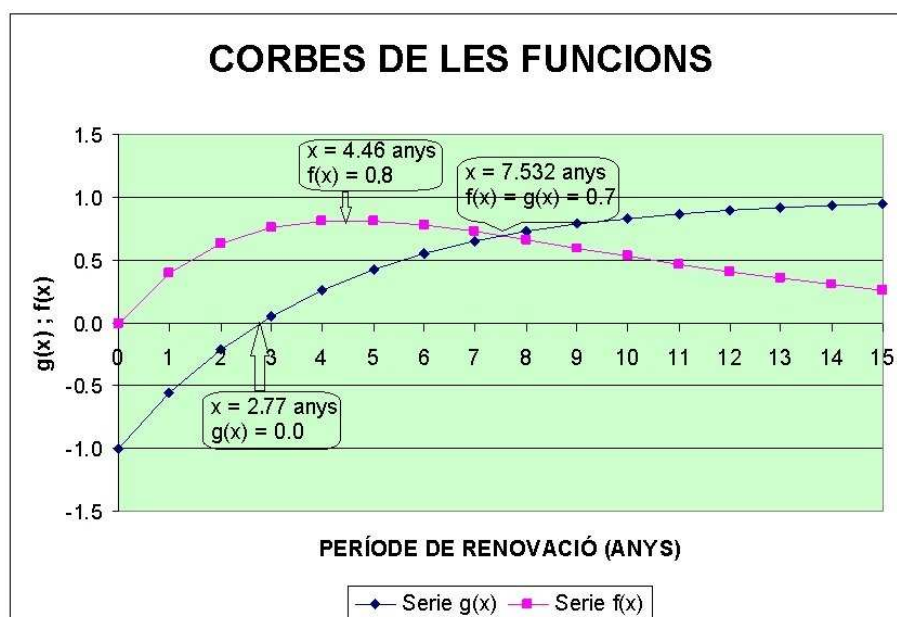


Figura 6. Corbes de les funcions  $f(x)$  i  $g(x)$ .

Així doncs, el període òptim de renovació de l'equip làser que ens ocupa és de quelcom més de 7 anys i mig (concretament 7.532 anys). O sigui que s'hauria de renovar a partir del 8è. any de la seva vida útil. També podríem haver arribat al mateix resultat utilitzant, per a la resolució de l'equació, algun mètode d'Anàlisi Numèric (Franquet, 2012).

A aquest punt òptim li correspondrà un valor de:

$$f(x) = g(x) \approx 0.70, \text{ donat que: } g(x) = 1 - 2 \cdot e^{-0.25 \cdot 7.532} \approx 0.70.$$

Utilitzant mètodes numèrics, vegem que les aproximacions successives per al càlcul de l'arrel ens condueixen a la següent determinació:

Taula 5. Valors de les diferents arrels.

Arrels	Valors
7.49	0.0381
7.50	0.0291
7.51	0.0200
7.52	0.0110
7.53	0.0018
<b>7.532</b>	<b>0.0000</b>
7.54	-0.0073
7.55	-0.0165
7.56	-0.0257
7.57	-0.0350
7.58	-0.0443

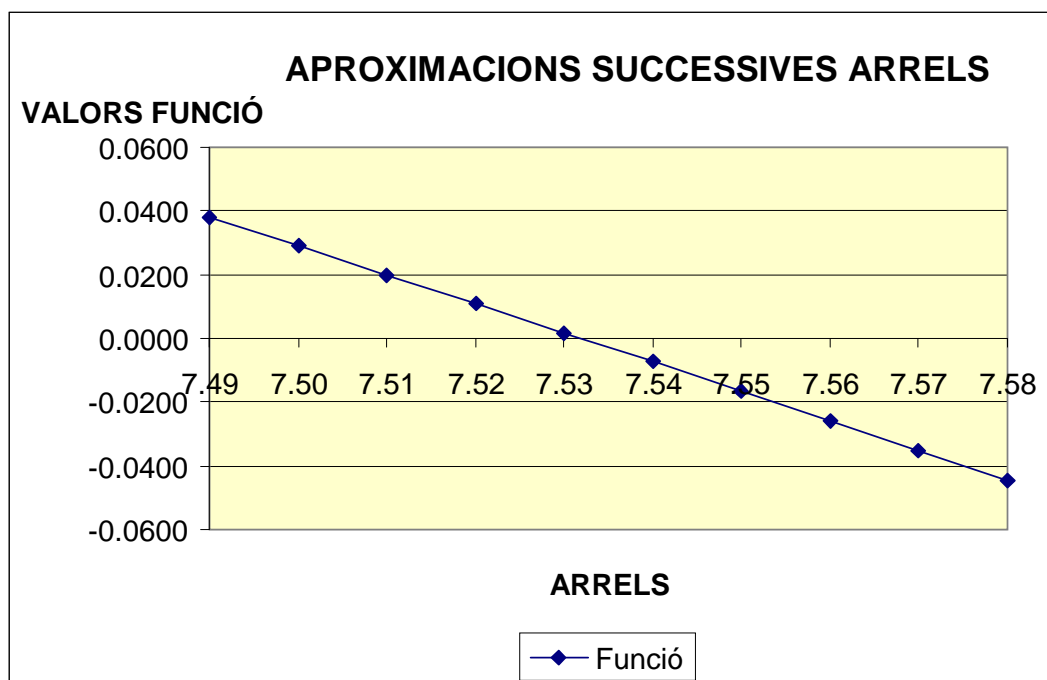


Fig. 7. Aproximacions per al càlcul de l'arrel de l'equació.

Altres punts singulars d'interès en l'estudi d'ambdues funcions seran els següents:

**a) Anulació de la funció g(x):**

$$g(x) = y = 1 - 2 \cdot e^{-0.25x}; y = 0 \rightarrow 1 = 2 \cdot e^{-0.25x}; e^{0.25x} = 2;$$

$$0.25 \cdot x = \ln 2 = 0.6931471; \text{ d'on: } \mathbf{x = 2.77 \text{ anys.}}$$

**b) Extremes relatius de la funció f(x):**

- Condició necessària o de 1er. grau (anulació de la primera derivada):

$$y = 10 \cdot e^{-0.20x} (1 - e^{-0.05x}) = 10 \cdot e^{-0.20x} - 10 \cdot e^{-0.25x} = 10 \cdot (e^{-0.20x} - e^{-0.25x});$$

$$y' = 10 \cdot [e^{-0.20x}(-0.20) - e^{-0.25x}(-0.25)] = 10 \cdot (-0.20 \cdot e^{-0.20x} + 0.25 \cdot e^{-0.25x}) = 0;$$

$$0.25 \cdot e^{-0.25x} = 0.2 \cdot e^{-0.20x}; 0.25 \cdot e^{-0.05x} = 0.2;$$

$$e^{-0.05x} = \frac{0.2}{0.25} = 0.8; \text{ o sigui: } -0.05x = \ln 0.8 = -0.223, \text{ d'on:}$$

$$\mathbf{x = 4.46 \text{ anys (punt crític).}}$$

- Condició suficient o de 2on. grau:

$$y'' = 10 \times (0.04 \cdot e^{-0.20x} - 0.0625 \cdot e^{-0.25x}); \forall x = 4.46 \text{ es tindrà:}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow y'' &= 10 \times (0.04 \cdot 0.41 - 0.0625 \cdot 0.33) = \\ &= 10 \times (0.0164 - 0.020625) = -0.04225 < 0, \end{aligned}$$

per la qual cosa es tracta d'un màxim relatiu o local al punt de coordenades cartesianes rectangulars (4.46, 0.80).

#### 4. CONCLUSIONS

En el present estudi s'ha portat a terme, com a exercici exemplificador, el càlcul del llinar de rendibilitat d'un equip d'anivellació/refinació per làser a una explotació arrossaire espanyola, ja sigui en explotació individual o bé en règim cooperatiu, mitjançant la utilització en comú d'aquest modern mitjà de producció, tot confrontant la justificació econòmica de la seva adquisició amb l'alternativa del lloguer d'un equip similar a la zona. S'ha conclòs que a partir d'una extensió superficial de 109 ha. (equivalent a 1311 fanegades valencianes) ja resulta interessant, des del punt de vista estrictament econòmic, portar a terme la inversió en l'adquisició de

l'equip ressenyat. Altrament, el fet de no dependre de tercers proveïdors per a l'execució de la feina, amb els retards, incerteses i dificultats que això comporta, justifica encara més la conveniència d'efectuar aquesta inversió.

Cal tenir present, al respecte, que segons les darreres dades del cens agrari d'Espanya del 2009<sup>2</sup>, la immensa majoria de les explotacions arrossaires del país tenen una extensió superficial inferior a la ressenyada, per la qual cosa queda plenament justificada l'adquisició i utilització de la maquinària d'anivellació/refinació que ens ocupa en règim comunitari, si no es vol llogar la feina a tercers.

Complementàriament, s'han estudiat i representat gràficament les diferents corbes de cost i les seves relacions des del punt de vista de la Teoria Microeconòmica, així com s'ha determinat el termini òptim de renovació de l'equip seguint tècniques pròpies de la Investigació Operativa, arribant a la conclusió que, per a un equip de les característiques estudiades, el seu termini òptim de renovació es troba als voltants del vuit anys de vida útil.

## REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

- 1) Desbazeille, G. *Ejercicios y problemas de Investigación Operativa*. Ed. ICE. Selecciones de Economía de la Empresa. Madrid, 1969.
- 2) Franquet, J. M. i Querol, A. *Nivelación de terrenos por regresión tridimensional. Una aplicación de los métodos estadísticos*. Ed. Centro Asociado de la UNED. Cadup-Estudios. Tortosa, 2010.
- 3) Franquet, J. M. *El sector primari a les Terres de l'Ebre. Una aplicació del mètodes quantitativus*. Ed. Institut per al Desenvolupament de les Comarques de l'Ebre (IDECE). Generalitat de Catalunya. Tortosa, 2012.



---

<sup>2</sup> La recollida d'informació del Cens agrari 2009 es va portar a terme entre l'octubre del 2009 i el juny del 2010. L'INE va ser l'organisme responsable en l'àmbit estatal i a Catalunya va comptar amb la col·laboració de l'Idescat, així com del Departament d'Agricultura, Ramaderia, Pesca, Alimentació i Medi Natural de la Generalitat de Catalunya, segons els convenis de col·laboració corresponents.